الإمتحان الوطني التجريبي الموحد للباكالوريا المسالك الدولية

دورة 2023

- الموضوع -

ssssssssssssssssssssss SN F23

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة

2h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي (خيار فرنسي	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de couleur rouge de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de deux exercices et un problème indépendant entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	5 points
Exercice 2	Calcul de probabilités.	4 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral	11 points

Exercice 1 : (6 points)

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{3U_n}{U_n+1} \end{cases}$ $(n \in \mathbb{N})$

0,5 — 1) Calculer U_1 et U_2 .

1 — 2) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_n < 2$.

0,5 — 3) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N})$; $U_{n+1} - U_n = \frac{U_n}{U_n+1}(2 - U_n)$.

0,25 — 4) En déduire que (U_n) est une suite croissante.

0,25 — 5) En déduire que pour tout n de N : $U_n \geq 1$.

0,5 — 6) Montrer que la suite (U_n) est converge.

7) On pour tout n de N :$V_n = \frac{U_n-2}{U_n}$

1 — a. Montrer que $(V_n)_n$est une suite géométrique de raison $r = \frac{1}{3}$.

0,5 — b. Calculer V_0 puis exprimer V_n en fonction de n.

0,5 — c. Montrer que pour tout n de N ;$U_n = \frac{2}{1-V_n}$.

0,5 — d. En déduire que pour tout n de N ;$U_n = \frac{2}{1+(\frac{1}{3})^n}$

0,5 — e. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

Exercice 2 : (4 points)

Une urne contient 9 boules : cinq boules rouges portant les numéro 0 ;1 ;1 ;1 ;2 , et quatre boules vertes portant les numéro 0 ;1 ;1 ; 2 (Toutes les boules sont indiscernable au toucher).**On tire au hasard et simultanément** trois boules de l'urne

Soient les évènements suivants :

A : « obtenir 3 boules portant des numéros pairs ».

B : « obtenir 3 boules dont la somme des numéros est égale à 3».

C : « obtenir 3 boules vertes».

1.

0,75 — a) Montrer que $P(A) = \frac{1}{21}$ et $P(B) = \frac{5}{14}$

0,75 — b) Montrer que $p(B \cap C) = \frac{1}{42}$, puis déduire que $P_B(C) = \frac{1}{15}$

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage , associe le produit des numéros obtenus.

0,75 — a) Justifier que les valeurs de X est 0 ;1 ;2 ;4.

0,75 — b) Montrer que $p(X = 0) = \frac{7}{12}$.

1 — c) Calculer $P(X = 1)$, puis déterminer la loi de probabilité X.

Problème : (10 points)

Première A :

On considère la fonction numérique g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = 1 - x^2 - \ln(x)$.

0,5 1) Montrer que $(\forall x \in]0\,;+\infty[\,)\, ::\, g'(x) = -\left(\frac{1}{x} + 2x\right)$.

0,5 2) Déterminer le signe de $g'(x)$ sur $]0;+\infty[$.

0,75 3) Calculer $g(1)$ et Dresser le tableau de variations de la fonction g.

0,5 4) déduire du tableau de variation que pour tout $x \in]0\,;1]$; $g(x) \geq 0$ *et pour tout* $x \in [1\,;+\infty[\,;\, g(x) \leq 0$.

Deuxième B :

On considère la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x)}{x}$ et (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ avec $\|\vec{\imath}\| = 1cm$.

0,75 1. Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ puis donner une interprétation géométrique du résultat.

2.

0,5 a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. (Rappel $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$)

1 b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\big(f(x) - (x-1)\big)$ puis en déduire que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est un asymptote oblique de la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.

3.

0,5 a. Montrer que pour tout $x \in]0\,;+\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$,

0,5 b. Calculer $f'(1)$ et donner une interprétation géométrique du résultat .

0,5 c. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

1 4. Etudier le signe de $\big(f(x) - (x-1)\big)$ sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ et en déduire la position relative de la courbe (C_f) par rapport à la droite (D).

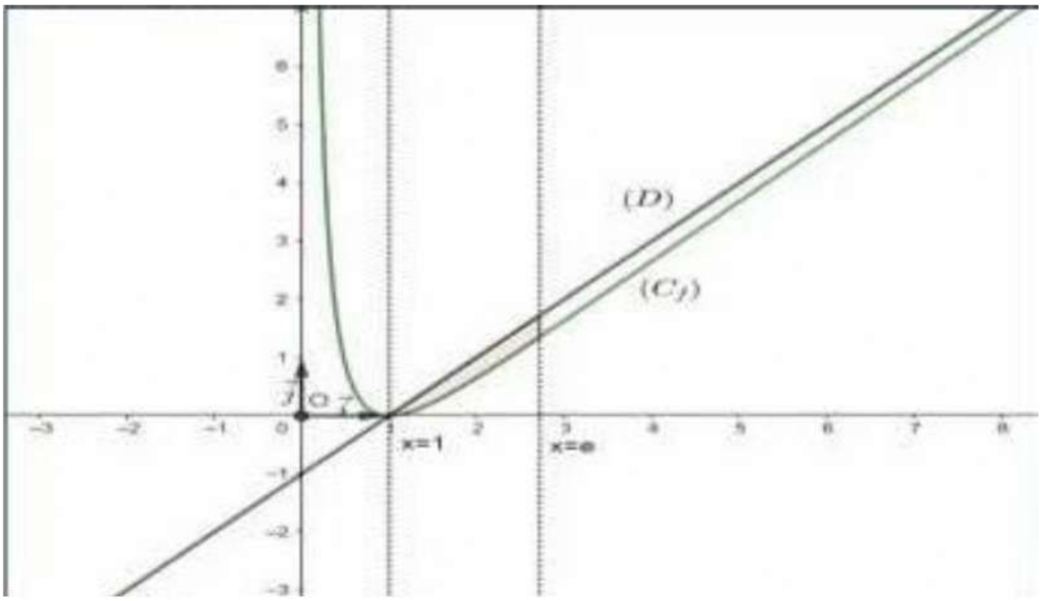
5.

1 a) Montrer que la fonction $x \longmapsto \frac{1}{2}(\ln x)^2$ est une fonction primitive de la fonction $x \longmapsto \frac{\ln x}{x}$ sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

1 b) Montrer que $\int_1^e \frac{\ln x}{x}\,dx = \frac{1}{2}$.

1 c) Dans la figure ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de la fonction f et (D) la droite d'équation $(D) : y = x - 1$.

Calculer en cm^2, l'aire de domine plan délimité par la courbe (C_f), la droite (D) et les deux droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.



(D)
(C_f)
x=1
x=e